

文章编号:1000-8055(2013)04-0807-06

基于特征正交分解法的翼型结冰冰形快速预测

申晓斌, 郁 嘉, 林贵平, 卜雪琴, 曾 宇

(北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 为加快翼型结冰冰形的计算速度, 提出了一套基于特征正交分解(POD)法的结冰冰形快速预测算法。通过计算流体动力学(CFD)数值模拟计算得到的冰形结果作为样本, 以结冰温度单参数变化时为例, 详细介绍了 POD 法预测结冰冰形的实现步骤。考虑结冰温度、结冰时间以及液态水含量的影响, 完成了单参数、两参数与三参数变化时的 POD 结冰冰形快速预测。通过算例结果发现: 完成 POD 预测计算只需几秒钟且 POD 法与 CFD 法得到的冰形吻合较好, 仅在冰角附近有较小差别, 表明 POD 方法能够快速、准确地得到翼型的结冰冰形。

关 键 词: 飞机结冰; 结冰时间; 结冰温度; 液态水含量; 特征正交分解

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Fast prediction of ice shape based on proper orthogonal decomposition method

SHEN Xiao-bin, YU Jia, LIN Gui-ping, BU Xue-qin, ZENG Yu

(School of Aeronautic Science and Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: To predict the shapes of ice accretion on the airfoils quickly, a numerical simulation program based on the proper orthogonal decomposition (POD) method was established. Taking sample of the ice shapes from computational fluid dynamics (CFD) numerical calculation, in view of the change of icing temperature, the procedure of predicting the ice shapes by POD method was introduced. Considering the icing temperature, icing time and liquid water content, the ice shape's quick prediction was made through the POD method in the case of variation of single parameter, two parameters and three parameters separately. The calculation results indicate that the POD computation is completed in only a few seconds, and the ice shapes obtained by POD method are in good coincident with those acquired by CFD except for the ice horn. The conclusion is made that the ice shapes can be obtained quickly and accurately by the POD method.

Key words: aircraft icing; icing time; icing temperature; liquid water content; proper orthogonal decomposition (POD)

飞机在含有过冷水滴的云层中飞行时, 过冷水滴撞击到飞机表面可能发生结冰现象。飞机结冰会对飞机的安全飞行产生重大影响: 破坏飞机

气动外形, 造成升力减小、阻力增大、失速攻角降低等后果, 严重时将导致坠机^[1]。因此, 有必要对结冰冰形进行预测研究, 分析和测试结冰后的气

收稿日期: 2012-05-02

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130417.1353.201304.807_012.html

基金项目: 凡舟基金(20110503)

作者简介: 申晓斌(1985—), 男, 湖南怀化人, 博士生, 主要从事飞机结冰及防除冰研究。

动性能,为飞机的防除冰系统设计提供指导.预测飞机结冰冰形的方法主要有:冰风洞试验、自然结冰试验及数值模拟.随着计算科学和计算机技术的发展,以及数值模拟在经济成本上的巨大优势,用数值方法研究及预测结冰问题已逐渐成为结冰研究的重要手段.目前美国、英国、法国、加拿大、意大利等各国都对结冰过程的数值模拟进行了深入研究,开发的软件有美国的 LEWICE^[2]、英国的 TRAJICE^[3]、法国的 ONERA^[4]、加拿大的 FENSAP-ICE^[5]等.国内包括北京航空航天大学、南京航空航天大学、西北工业大学、上海交通大学等院校及空气动力研究所等单位也在结冰冰形的数值计算方面做了一定的研究.

用计算流体动力学(CFD)的方法来模拟结冰冰形增长需要计算机翼绕流场、过冷水滴流动情况以及求解结冰热力学方程^[6],因此对于时间长度为几分钟的结冰过程往往需要用几十分钟甚至几个小时的时间才能得到冰形结果.然而,在结冰试飞时,需要快速(实时)跟踪各个飞行状态的冰形并预测其对性能的影响,从而快速判断防除冰系统的开启;在飞行模拟练习时,也需要模拟不同飞行结冰状态下机翼的结冰冰形,从而判断对升阻力的影响,来对飞行员进行训练.这都需要一种更快的方法来完成结冰冰形的实时预测.特征正交分解^[7-8](proper orthogonal decomposition,简称 POD)技术是一种功能强大的降维及数据分解方法,可在给出较高逼近度的情况下有效降低物理问题的自由度,从而大幅度降低计算时间,减少数据存储空间.它主要用于分析湍流拟序结构,也被运用到流动和传热问题中,可以在很短时间准确地预测流动和传热问题.因此,POD 技术为快速预测飞机结冰冰形提供了一种有效的工具. Nakakita 等^[9]应用 POD 方法对飞机结冰冰形进行了预测,效果较好.但是没有分析 POD 预测结冰的中间变量,且仅考虑了单参数与两参数变化的结果.

本文的主要内容是:将 POD 技术引入到翼型结冰冰形的计算之中;详细介绍结冰温度变化时的单参数 POD 法预测结冰冰形的实现步骤.其中,样本的取得是通过 CFD 数值模拟方法得到;对两参数及三参数下的 POD 计算进行分析,将 POD 预测的冰形结果与 CFD 模拟得到的结果进行比较,分析验证 POD 结果的正确性.其目的是通过 CFD 方法得到一定数量的样本之后,用 POD 方法来对结冰冰形进行预测,快速、准确地得到样本计算状态

范围内任意结冰条件下的冰形结果.

1 POD 基本原理

特征正交分解(POD)方法的核心思想是通过一系列特殊基函数的线性迭加获得流场等参数的近似状态^[10].假设 U^i 为一个已知的物理场,它可以表示当前计算条件下流场中的空气速度、压力或者温度分布、结冰冰形等, U^i 可由试验或者数值计算得到,称为一个样本或者快照.假设一个样本 U^i 由 N 个数据组成,则取 M 个样本组成一个样本集 $U = \{U^1, \dots, U^M\}$,这是一个 $N \times M$ 阶的矩阵.

特征正交分解(POD)方法的本质是提取样本集的特征,找到一组最佳正交基 ψ^j 使样本的物理场 U^i 可以表示为 $U^i = \sum_{j=1}^M \alpha_j^i \cdot \psi^j$. 所有 ψ^j 组成一个最佳正交基矩阵 $\psi = \{\psi^1, \dots, \psi^M\}$,有 $\psi^T \cdot \psi = E$, ψ 是与 U 同阶的矩阵.最佳正交基要求满足所有样本在这组基上投影的平均值取最大.由文献^[8]可知, ψ 可以表示为

$$\psi = U \cdot V \quad (1)$$

其中矩阵 V 为矩阵 C 的特征向量组成的矩阵,即满足

$$C \cdot V = \Lambda \cdot V \quad (2)$$

矩阵 C 中的各个元素由样本集得到,为

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^N U_k^i U_k^j / M \quad (3)$$

由 C 矩阵的定义可知, C 矩阵是一个 $M \times M$ 阶的实对称矩阵,且其对角线元素全部是非负数.因此,其特征值全为实数.

由此,求解最佳正交基的问题变为求解矩阵 C 的特征值与特征向量的问题.将得到的特征向量按对应特征值由大到小排序.特征值的大小可以表示对应正交基在样本中所占能量的比重^[8],即第 k 个最佳正交基方向上的流场能量 E_k 占总能量 E_{total} 的比重为

$$E_k / E_{\text{total}} = \lambda_k / \sum_{j=1}^N \lambda_j \quad (4)$$

因此,在必要的情况下可以根据各个正交基所占的能量大小忽略部分能量较小的基底,减少基底的个数,从而使样本向量由式 $U^i = \sum_{j=1}^L \alpha_j^i \cdot \psi^j$ 重建,其中 L 为所用正交基底的个数,有 $L < M$.在计算得到最佳正交基之后,每个样本对应的系数向量可由对应正交基底与样本的内积求

得,即

$$\alpha_i^t = (\psi^i, U^t) \quad (5)$$

其中上标 t 表示第 t 个样本. 由以上分析可知,若 $L=M$,即保留全部的基底,没有忽略能量,则通过 POD 重建的样本值与原样本值是完全一致的. 若 $L<M$,即忽略了 $(M-L)$ 组基底,则重建的样本值与原来的样本值是有区别的,其误差大小可由所用正交基底占的能量大小的总和来控制^[7]. 以上 POD 计算中所需时间最长的为 $M \times M$ 阶矩阵求特征值与特征向量,而这个过程仅仅只需几秒钟来完成.

本文将 POD 算法用于翼型的二维冰形计算,以加快结冰冰形计算速度. 这里主要分析考虑结冰时间、结冰温度以及液态水含量对结冰冰形的影响. 因此,取不同参数下 CFD 方法得到的结冰冰形轮廓点的 X, Y 坐标值作为样本,求解相应 C 矩阵的特征值与特征向量,从而得到冰形样本集的最佳正交基及其对应的系数向量. 这样任何计算状态下的结冰冰形结果可以由最佳正交基线性表示为

$$U^{\text{pod}} = \sum_{j=1}^L \alpha_j^{\text{pod}} \cdot \psi^j \quad (6)$$

当计算状态为样本集中的状态时,系数 α_j^{pod} 为其样本对应的重建系数 α_j^i ; 当计算状态不属于样本集中的状态时,系数 α_j^{pod} 可由已知样本数据的 α_j^i 进行插值得到. 必须注意的是,不同参数数量的插值函数是不同的,单参数用的是一元函数插值,两参数用的二元函数插值,而三参数则需要用三元函数插值来完成. 本文考虑结冰温度、结冰时间以及液态水含量的影响,分别计算分析了单参数、两参数与三参数变化时的 POD 冰形预测结果.

2 结冰冰形模拟及样本的取得

结冰冰形的 CFD 数值模拟计算一般包括以下几个步骤^[6]: ①空气外流场计算; ②水滴撞击特性计算; ③结冰热力学分析,得出结冰量,计算出新几何外形的位置; ④根据新几何外形坐标,重新生成网格供下一时间步计算.

本文空气外流场的计算是通过计算流体力学软件 Fluent^[11] 求解雷诺平均 Navier-Stocks 方程来完成的. 用欧拉法^[12] 来对空气中的过冷水滴运动进行求解,完成结冰表面水滴撞击特性的计算. 欧拉法计算表面水滴撞击特性是通过 Fluent 中的用户自定义标量(UDS)输运方程来实现的^[13]. 结冰热力学模型基于 Messinger 的质量和能量守

恒模型建立^[14]. CFD 数值模拟方法的详细情况及方法验证请见文献[6]. 本文选用弦长为 0.5334 m 的 NACA 0012 翼型为计算对象,用上述 CFD 方法对结冰过程进行数值模拟,得到的冰形如图 1 所示.

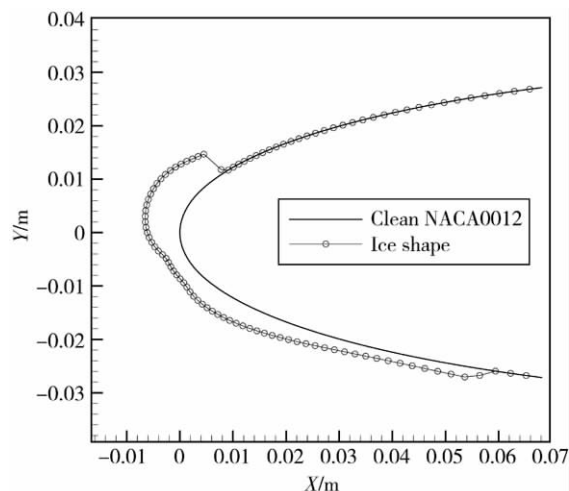


图1 结冰冰形结果

Fig. 1 Ice shape of airfoil

从图 1 中可以看出,翼型上的结冰冰形结果是由翼型表面上的网格点向外生长一定的高度来得到的,冰形可由其上的轮廓点来描述. 因此,本文按从下表面到上表面的顺序,依次取冰形上各个轮廓点的 X, Y 轴坐标值做为样本来进行计算. 这里表面网格点一共有 320 个,表示一个样本中含有 320 个数据($N=320$).

3 POD 应用算例与结果分析

本文先以单参数 POD 方法为例,详细描述 POD 算法的实施步骤,之后完成了两参数与三参数 POD 法对结冰冰形的预测. 算例以 NACA 0012 为计算对象,结冰冰形样本的获得是通过上述 CFD 方法来完成的. 这里认为 CFD 结果能够准确描述翼型的结冰冰形. 以下算例共同的计算条件:远场速度为 67.1 m/s,飞行攻角为 3.5°,平均水滴直径为 20 μm ,环境压力为 101 325 Pa. 本文 POD 的计算都是在 MATLAB 软件平台^[15] 下完成的,其计算所用的时间仅仅为几秒钟,完全满足结冰冰形计算的快速性要求.

3.1 单参数 POD 结冰冰形计算

由分析可知,结冰温度对结冰冰形的影响非常大,因此首先分析结冰温度一个参数变化的 POD 结冰冰形预测. 选用的液态水含量 (liquid water content, LWC, 量符号记为 C_{lw}) 为 0.5 g/

m^3 , 结冰时间为 250 s. 分别取结冰温度为 257, 259, 261, 263, 265 K 时结冰冰形的 X, Y 坐标组成 2 个样本矩阵, 其阶数为 320×5 , 即 $M=5$. 样本集的冰形结果如图 2 所示.

从图 2 中可以看出, 随着结冰温度的增加, 驻点附近的冰形厚度越来越小, 而下游区域的冰形厚度越来越大. 这是由于结冰温度升高使得翼型

表面的对流换热带走的热量减小, 使原控制体中的结冰量减少, 更多的水则沿翼型表面向下游溢流, 从而导致下游区域的结冰量增多.

分别根据所得到的 X, Y 样本矩阵, 通过式 (3) 可以计算得到其对应的 C 矩阵. 这里一共有 5 个样本, 因此, C 矩阵为 5×5 阶方阵. 这里列出 X 样本 (X_{pos}) 的 C 矩阵计算结果为

$$C_{X_{\text{pos}}} = \begin{bmatrix} 5.57065262 & 5.57065166 & 5.57064599 & 5.57063319 & 5.57061168 \\ 5.57065166 & 5.57065461 & 5.57064897 & 5.57063574 & 5.57061379 \\ 5.57064599 & 5.57064897 & 5.57064895 & 5.57063601 & 5.57061389 \\ 5.57063319 & 5.57063574 & 5.57063601 & 5.57063024 & 5.57060905 \\ 5.57061168 & 5.57061379 & 5.57061389 & 5.57060905 & 5.57059601 \end{bmatrix}$$

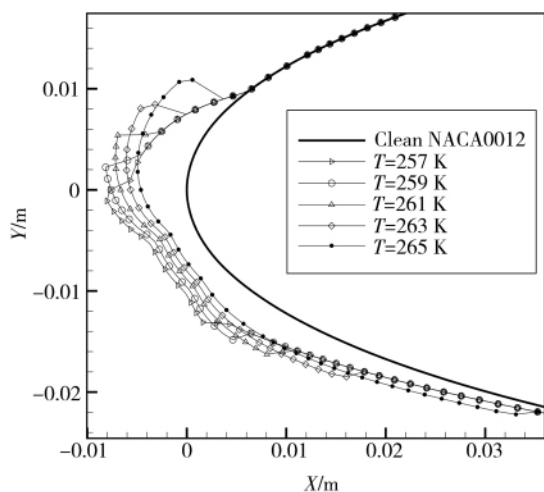


图 2 不同结冰温度的冰形

Fig. 2 Ice shapes of different icing temperatures

由计算结果发现: C 矩阵中的各个元素差别很小, 这是由于各个冰形样本的 X, Y 坐标在大多数位置上的值是一样的, 只是在结冰处有差别. 因此, 在计算过程中, 必须要保证一定的数据计算精度来避免舍入误差. 得到 C 矩阵之后, 分别对 $C_{X_{\text{pos}}}, C_{Y_{\text{pos}}}$ 进行特征向量与特征值的计算, 得到排好序的特征值 (如表 1 所示) 与特征向量. 从表 1 中可以看出, 第 1 个特征值比其他值要大许多,

表示其对应的最佳正交基所占能量的比重非常大, 说明样本集中的冰形数据相似度很高, 大体轮廓可由第一个正交基决定.

表 1 特征值
Table 1 Eigenvalue

	$\lambda_X / 10^{-6}$	$\lambda_Y / 10^{-6}$
1	27 853 000	140 000
2	17.62	6.823
3	4.813	2.117
4	2.156	0.8346
5	1.365	0.2982

在得到特征向量的基础上, 通过式 (1) 并进行单位正交化之后, 便可以得到最终用到的最佳正交基 ψ . 这里取全部 5 个正交基进行计算. 由式 (5) 可以得到每个样本在各个最佳正交基上的系数, 表 2 列出了各个样本 X 坐标对应的系数. 从表中可以看出每个样本在第 1 个正交基上的系数都比其他正交基上的系数要大许多, 这也同样说明了第 1 个最佳正交基在 POD 计算时会对结果做出非常重大的贡献.

表 2 X_{pos} 样本系数
Table 2 X_{pos} 's sample coefficient

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	5.277 616	5.277 618	5.277 616	5.277 607	5.277 588
2	0.004 534	0.003 908	0.001 115	-0.003 14	-0.006 42
3	0.002 448	0.000 198	-0.002 97	-0.001 98	0.002 302
4	-0.001 26	0.001 046	0.001 371	-0.002 25	0.001 086
5	0.001 08	-0.001 89	0.001 293	-0.000 63	0.000 143

完成以上计算之后,POD 模型基本建立. 分别取结冰温度为 258 K 与 264 K 时的结果来进行比较验证,它们对应的系数向量由一元样条插值来完成. 其最终冰形轮廓点的 X, Y 坐标的 POD 结果是由式(6)来得到的. 图 3 为 POD 结冰冰形结果与 CFD 计算结果的比较. 从图中可以看到, POD 计算结果与 CFD 计算结果大体一致,在驻点附近以及结冰尾部都吻合的很好,只是在冰角附近存在一些误差.

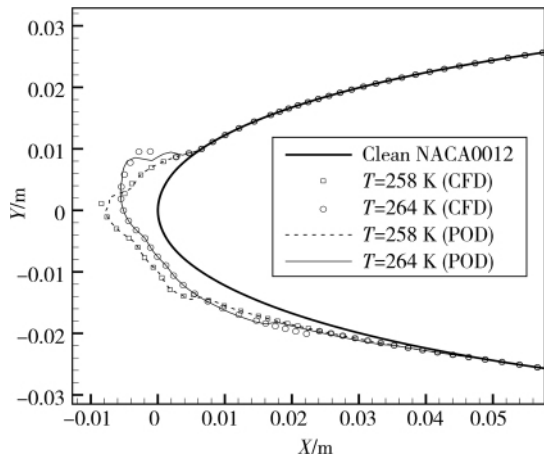


图 3 单参数 POD 与 CFD 冰形比较

Fig. 3 Ice shape comparison of single parameter's POD and CFD method

3.2 两参数 POD 结冰冰形计算

将结冰时间加入到计算之中,建立两参数的 POD 计算模型. 取云层中的 $C_{lw} = 0.5 \text{ g/m}^3$. POD 样本集的组成是取 5 个结冰温度与 5 种结冰时间的所有组合,样本数共有 $5 \times 5 = 25$ 个. 所取的结冰温度与结冰时间分别为

$$T = 257, 259, 261, 263, 265 \text{ K}$$

$$t = 100, 150, 200, 250, 300 \text{ s}$$

取全部 25 个最佳正交基进行 POD 计算来得到快速冰形结果. 图 4 所示为两参数变化的 POD 冰形与 CFD 结果. 图中 case1 的状态为结冰温度 258 K, 结冰时间 280 s; case2 的状态为结冰温度 260 K, 结冰时间 110 s; case3 的状态为结冰温度 264 K, 结冰时间 230 s. 从图中可以看到,不同计算状态得到的冰形结果差别较大,但是每个状态下的 POD 结果与 CFD 冰形结果基本吻合,只是在冰角处略有差异.

3.3 三参数 POD 结冰冰形计算

综合考虑结冰温度、结冰时间以及液态水含

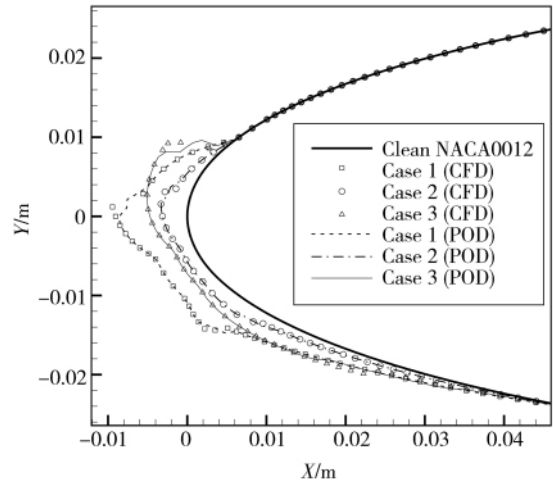


图 4 两参数 POD 与 CFD 冰形比较

Fig. 4 Ice shape comparison of two parameters' POD and CFD method

量 3 个参数对翼型结冰冰形的影响,建立三参数的 POD 冰形预测模型. 三参数的 POD 样本集由以下条件的组合经过 CFD 方法计算得到.

$$T = 257, 259, 261, 263, 265 \text{ K}$$

$$t = 100, 150, 200, 250, 300 \text{ s}$$

$$C_{lw} = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8 \text{ g/m}^3$$

这样,样本总数为 $5 \times 5 \times 5 = 125$ 个. 求样本集对应矩阵的特征值与特征向量,得到一组最佳正交基. 由于基的数量过多,这里取所占能量最大的前 90 个正交基进行样本的重建与结冰冰形的预测. 前 90 个正交基所占的能量总和大于 0.99999,可以认为它能完全代表样本冰形的特征. 其样本的重建结果与原样本基本没有差别.

图 5 所示为三参数变化的 POD 结果与 CFD 结果的比较. 图中各个 case 所表示的计算状态如表 3 所示. 从图 5 中可以看到,各个算例三参数的 POD 结果与 CFD 冰形结果在大部分结冰区域都吻合较好,只是在曲率较大的拐点处有些许差别.

表 3 计算状态

Table 3 Calculation conditions

	结冰温度/K	结冰时间/s	$C_{lw}/(\text{g/m}^3)$
Case1	258	130	0.45
Case2	260	180	0.55
Case3	264	280	0.75

从各个参数的计算结果可知,POD 算法对于结冰冰形预测是适用的且计算仅用几秒钟,它能快速、准确地得到能应用于工程实际的冰形结果.

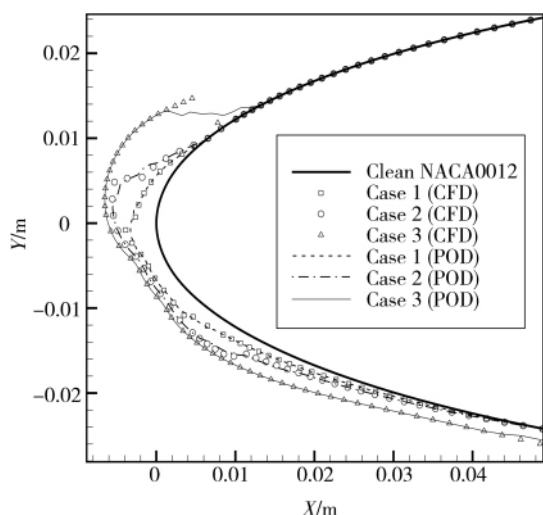


图 5 三参数 POD 与 CFD 冰形比较

Fig. 5 Ice shape comparison of three parameters' POD and CFD method

POD 结果与 CFD 结果主要差别在曲率较大的冰角处,这是因为在这些区域冰形变化的连续性不好,POD 插值可能捕捉不到这些特征.这种差别可以通过增加样本数量以及翼型表面网格点来减小.

4 结 论

本文以 CFD 数值模拟计算得到的冰形结果作为样本,考虑结冰温度、结冰时间以及液态水含量的影响,完成了单参数、两参数与三参数变化时的 POD 结冰冰形快速预测.根据 POD 结果与 CFD 结果的比较可知:两种方法得到的冰形吻合较好,在冰角附近有较小的差别.结果说明:POD 方法应用于翼型结冰冰形的预测计算是可行的.虽然 CDF 样本的取得需要一定的计算时间,但是 POD 模型建立完成之后,便能够快速、准确地得到一定结冰范围内任意状态的冰形结果,这为试飞等工程应用提供了一种有效可行的方法.

参考文献:

[1] 裘燮纲,韩凤华.飞机防冰系统[M].北京:航空专业教材编审组,1985.

- [2] Wright W B. User manual for the NASA glenn ice accretion code LEWICE version 2. 0 [R]. NASA/CR-1999-209409,1999.
- [3] Gent R W. TRAJICE2-A combined water droplet trajectory and ice accretion prediction program for aerofoils[R]. Farnborough: Royal Aerospace Establishment, Technical Report 90054,1990.
- [4] Hedde T, Guffond D. ONERA three-dimensional icing model[J]. AIAA Journal,1995,33(6):1038-1045.
- [5] Beaugendre H, Morency F, Habashi W G. ICE3D, FENSAP-ICES 3D in-flight ice accretion module[R]. AIAA-2002-0385,2002.
- [6] 杨胜华.二维飞机结冰过程仿真[D].北京:北京航空航天大学,2010.
YANG Shenghua. Two-dimensional in-flight ice accretion simulation[D]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2010. (in Chinese)
- [7] Cazemier W, Verstappen R W C P. Proper orthogonal decomposition and low-dimensional models for driven cavity [J]. Physics of Fluids,1998,10(7):1685-1699.
- [8] Ostrowski Z, Bialecki R A. Estimation of constant thermal conductivity by use of proper orthogonal decomposition [J]. Comput. Mech,2005,37(5):52-59.
- [9] Nakakita K, Habashi W G. Toward real-time aero-icing simulation of complete aircraft via FENSAP-ICE[J]. Journal of Aircraft,2010,47(1):96-109.
- [10] 丁鹏,陶文铨.建立低阶模型的 POD 方法[J].工程热物理学报,2009,30(6):1019-1021.
DING Peng, TAO Wenquan. Reduced order modeling with the proper orthogonal decomposition[J]. Journal of Engineering Thermo Physics,2009,30(6):1019-1021. (in Chinese)
- [11] ANSYS Inc. ANSYS fluent 12. 0 UDF manual[M]. New Hampshire: ANSYS Inc,2009.
- [12] Tong X L, Luke E A. Eulerian simulations of icing collection efficiency using a singularity diffusion model [R]. AIAA-2005-1246,2005.
- [13] 杨胜华,林贵平,申晓斌.三维复杂表面水滴撞击特性计算[J].航空动力学报,2010,25(2):284-290.
YANG Shenghua, LIN Guiping, SHEN Xiaobin. Water droplet impingement prediction for three-dimensional complex surfaces [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25 (2):284-290. (in Chinese)
- [14] Messinger B L. Equilibrium temperature of an unheated icing surface as a function of air speed[J]. Journal of the Aeronautical Sciences,1953,20(1):29-42.
- [15] 陈杰. MATLAB 宝典[M].北京:电子工业出版社,2007.